

MATEMÁTICA I

Cuadernos de cátedra • Departamento de Ciencias Básica
Universidad Don Bosco • Luis Alonso Arenívar



MATEMÁTICA I

Cuadernos de cátedra Departamento de Ciencias Básica
Universidad Don Bosco Luis Alonso Arenívar



Editorial Universidad Don Bosco

Colección Cuadernos de Cátedra

Apartado Postal 1874, San Salvador, El Salvador

Autor: Luis Alonso Arenívar

Diseño: Melissa Beatriz Méndez

Redacción y estilo: Héctor Grenni

Hecho el depósito que marca la ley

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, electrónico o mecánico sin la
autorización de la Editorial

2012



ÍNDICE

PRESENTACIÓN	1
UNIDAD I NÚMEROS REALES, LÍMITES Y CONTINUIDAD.	3
1.1 Tipos de números.	5
1.2 Valor absoluto.	15
1.3 Desigualdades.	20
1.4 Funciones.	37
1.5 Gráficas de funciones.	56
1.6 Combinación de funciones.	96
1.7 Función inversa.	105
1.8 Funciones exponenciales y logarítmicas.	118
1.9 Funciones trigonométricas.	142
1.10 Funciones trigonométricas inversas.	174
1.11 Límite de una función.	182
1.12 Límites laterales.	202
1.13 Límites infinitos y al infinito.	206
1.14 Límites trigonométricos, exponenciales y logarítmicos.	223
1.15 Funciones continuas.	229
UNIDAD II LA DERIVADA.	247
2.1 Interpretación geométrica de la derivada.	249
2.2 Definición de la pendiente de una recta tangente.	251
2.3 Derivadas laterales.	256
2.4 Derivabilidad y continuidad.	257
2.5 Reglas sobre derivación.	263
2.6 Recta tangente y recta normal.	271
2.7 Regla de la cadena.	273
2.8 Derivada de funciones logarítmicas.	279
2.9 Derivada de funciones exponenciales.	284
2.10 Derivación implícita.	286
2.11 Derivación logarítmica.	292
2.12 Derivadas de orden superior.	295
2.13 Derivada de funciones trigonométricas.	299
2.14 Derivada de funciones trigonométricas inversas.	305

UNIDAD III. APLICACIONES DE LA DERIVADA.....	309
3.1 La regla de L Hopital.	311
3.2 La derivada como razón de cambio.....	321
3.3 Velocidad y aceleración.....	323
3.4 Razones relacionadas.....	337
3.5 Diferenciales.....	346
3.6 Valores extremos de funciones.....	355
3.7 Problemas de optimización.....	380
3.8 Teoremas de Rolle, Valor Medio y de Cauchy	392

PRESENTACIÓN

Una característica distintiva de este material es su preocupación por la motivación, que es una parte vital del proceso de aprendizaje. He dedicado grandes esfuerzos para ofrecer a los estudiantes de Matemática las razones para estudiar los contenidos matemáticos incluidos en estos apuntes.

Es éste el tercer material elaborado de Matemática I que tiene el propósito de dar a los estudiantes un curso completo de esta asignatura y trata de cubrir las necesidades de la mayor parte de los estudiantes que inician los primeros cursos de Cálculo en la universidad. Los conceptos fundamentales se discuten de manera razonable con cierto rigor, sin exceder en la sofisticación.

Aunque el texto ha sido escrito pensando en los estudiantes de Ingeniería, es también adecuado para estudiantes de Economía.

El principio directriz en la elaboración de este texto, por encima de todas las cosas; ha sido tener en cuenta las necesidades de los estudiantes y a ellos van dirigidos estos apuntes. La sinceridad del autor a este respecto se ilustra con el intento de incentivar a través de las unidades, de variados ejemplos que ilustran los conceptos, y de una numerosa colección de ejercicios graduados. Éstos han sido elegidos con todo cuidado y pueden ayudar al estudiante a resolverlos con el objeto de obtener un mayor dominio del material expuesto en el texto.

En la unidad I se hace una breve introducción a los números reales, las funciones, límites y continuidad de ellas.

En la unidad II se discute el concepto e interpretación geométrica de la derivada.

En esta unidad, el material elaborado pretende preparar al estudiante para el estudio de derivación de funciones algebraicas y trascendentes.

La última unidad tiene que ver con las aplicaciones que tiene la derivada.

A los estudiantes les digo que al iniciarse en el Cálculo Diferencial, aprenderán varios conceptos nuevos, eficaces e interesantes que resultan ampliamente útiles y efectivos para el descubrimiento de nuevas perspectivas. Les recomiendo que estudien con vigor y constancia todo el material, inclusive ejemplos y ejercicios desde la primera semana de iniciado el ciclo de estudio. Si descuidan el estudio al principio, encontrarán mayores dificultades que superar como consecuencias posteriores. No se desanimen si tropiezan con obstáculos al resolver ejercicios. Consulten cualquier duda que tengan. No pierdan el interés si algunas dificultades se vuelven persistentes. Siga adelante.

No olvido decir que al elaborar este material he recibido la colaboración del Ingeniero Gonzalo Calderón; apoyo de las autoridades de la universidad; a quienes estoy sinceramente agradecido.

Luis Alonso Arenivar.

$$f(x_2) = f(x_1)$$

Y_2

